$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 1+\frac{x-1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$\lim_{x\to+\infty} 1+\underbrace{\frac{x-1}{(2x+1)}}_{\frac{1}{2}}\cdot\underbrace{\sqrt{2x+1}}_{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} f(x) = \lim_{x\to(-\frac{1}{2})^+} 1+\frac{\overbrace{x-1}^{-\frac{3}{2}}}{\underbrace{\sqrt{2x+1}}_{0^+}} = -\infty$$

Soit f la fonction définie sur $]-1/2, +\infty[$ par $f(x) = 1+\frac{x-1}{\sqrt{2x+1}}$.

2) Etudier la position de ζ_f par rapport à la droite $\Delta : y = x$.

$$f(x) - y = 1+\frac{x-1}{\sqrt{2x+1}} - x$$

$$= \frac{x-1}{\sqrt{2x+1}} - x + 1$$

$$= (x-1)\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2x+1}} - 1\right)$$

$$= (x-1)\cdot\left(\frac{1-\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}}\right)$$